

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
Etapa locală – Constanța, 18 februarie 2012

Clasa a VIII a

**Subiectul 1**

- a) Fie  $x, y$  numere reale astfel încât:

$$x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y + 3 = 0$$

Demonstrați că  $x < y$ .

- b) Fie  $a > 0$ . Determinați numerele reale  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2012}$  știind că:

$$2a \left( \sqrt{x_1^2 - a^2} + \sqrt{x_2^2 - a^2} + \dots + \sqrt{x_{2012}^2 - a^2} \right) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2012}^2.$$

GM

**Subiectul 2**

Fie mulțimea  $A = \left\{ (a, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{Q}^* \text{ și } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{6}{abc} \right\}$ .

- a) Scrieți un triplet  $(a, b, c) \in A$ .  
b) Arătați că  $(a, -a, c) \notin A, \forall a, c \in \mathbb{Q}^*$   
c) Arătați că  $a^2 + b^2 + c^2$  este diferit de 6 pentru orice  $(a, b, c) \in A$ .

Prof. Alexandru Cărnaru

**Subiectul 3**

Fie cubul  $ABCD A' B' C' D'$  de muchie  $AB = a$ , M și N mijloacele muchiilor (AB), respectiv (BC).

- a) Calculați  $d(D', CM)$ .  
b) Demonstrați că  $MC \perp (D' DN)$ .

Prof. Florian Gache

**Subiectul 4**

Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub cu muchia  $AB = 12$  cm și  $\{O\} = A'C \cap AC'$ . Numim „segment magic” un segment OX, unde X este un punct mobil pe oricare muchie a cubului, având lungimea exprimată printr-un număr natural.

- a) Câte „segmente magice” se pot construi?  
b) Dacă fiecare „segment magic” se colorează cu o culoare aleasă din 9 culori distincte date, să se arate că există cel puțin 6 „segmente magice” de aceeași culoare.

Prof. Alexandru Cărnaru

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.